MAKLERS.PL

Zbiorek zadań Instrumenty dłużne

Mariusz Śliwiński, DI 444, MPW 2597
Adam Szymko, DI 490
Filip Wnęk.

Opracowanie jest własnością firmy Marpol Mariusz Śliwiński, właściciela marki Maklers.pl, pod którą prowadzony jest serwis internetowy www.maklers.pl. Wszelkie prawa zastrzeżone.

MAKLERS.PL

Instrumenty dłużne
Zadanie 1
„Miary stóp zwrotu”

Mariusz Śliwiński, DI 444, MPW 2597
Adam Szymko, DI 490
Filip Wnęk.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

A. Wyjaśnij czym jest bieżąca stopa zwrotu z obligacji.

Bieżąca stopa zwrotu (ang. *current yield*) to stosunek rocznej płatności kuponowej do bieżącej ceny rynkowej obligacji.[1] Opisuje ona bieżącą dochodowość z inwestycji w daną obligację osiąganą z tytułu dodatnich bieżących przepływów pieniężnych.

$$\binom{Bieżąca}{stopa\ zwrotu} = \frac{CPN}{PRICE}$$

Gdzie:

PRICE – Bieżąca wartość rynkowa obligacji (cena czysta),

CPN – płatność odsetkowa.

Wadą tej miary stopy zwrotu jest pominięcie wartości pieniądza w czasie, zysków kapitałowych (w przypadku spadku stóp procentowych) oraz strat kapitałowych (w przypadku nabycia obligacji z premią lub wzrostu stóp procentowych.

B. Na rynku dostępna jest obligacja 6-letnia o wartości nominalnej \$1000. Wypłaca ona płatności kuponowe w wysokości 10% wartości nominalnej. Obecnie wartość tej obligacji wynosi \$922 (cena czysta). Ile wynosi bieżąca stopa zwrotu?

$$CPN = nominał * \binom{stopa}{oprocentowania}$$

$$CPN = \$1000 * 0{,}1 = \$100$$

$$PRI = \$922$$

[1] Fabozzi F.J., Rynki obligacji. Analiza i strategie, Wydawnictwo Finansowe WIG-PRESS, Warszawa 2000, s.46

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$\binom{Bieżąca}{stopa\ zwrotu} = \frac{CPN}{PRICE}$$

$$\binom{Bieżąca}{stopa\ zwrotu} = \frac{\$100}{\$922} = 0{,}10845987$$

Bieżąca stopa zwrotu opisanej obligacji wynosi 10,845987% co oznacza, że przy stałym poziomie stóp procentowych, inwestor w trakcie jednego okresu odsetkowego może osiągnąć stopę zwrotu 10,845987%.

C. Załóżmy, że od ostatniej płatności minęło 6 miesięcy, a cena tej obligacji uwzględniająca odsetki naliczone wynosi $942. Ile wynosi bieżąca stopa zwrotu?

W tym przypadku należy cenę brudną pomniejszyć o naliczone odsetki, a następnie z tak uzyskanej ceny obligacji obliczyć bieżącą stopę zwrotu.

$$\binom{Odsetki}{naliczone} = AI = CPN * \frac{n}{m}$$

Gdzie:

n – ilość dni jaka upłynęła od ostatniej płatności kuponowej,

m – ilość dni między dwoma kolejnymi płatnościami odsetkowymi.

$$\binom{Odsetki}{naliczone} = AI = \$100 * \ 0{,}5\,roku = \$50$$

$$\binom{Cena}{czysta} = \binom{Cena}{brudna} - \binom{Odsetki}{naliczone}$$

$$\binom{Cena}{czysta} = \$942 - \$50 = \$892$$

$$\binom{Bieżąca}{stopa\ zwrotu} = \frac{CPN}{PRICE}$$

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$\binom{Bieżąca}{stopa\ zwrotu} = \frac{\$100}{\$892} = 0{,}112107623$$

Bieżąca stopa zwrotu wynosi 11,2107623%.

D. Zakładając, że 1 miesiąc temu obligacja opisana w podpunkcie B wypłaciła odsetki, które wypłacane są co pół roku. Cena brudna tej obligacji wynosi $942, a odsetki w skali roku stanowią 6% wartości nominalnej. Oblicz bieżącą stopę zwrotu.

$$CPN_{Półroczny} = \$1000 * 0{,}06 * 0{,}5roku = \$30$$

$$\binom{Odsetki}{naliczone} = AI = CPN * \frac{n}{m}$$

$$\binom{Odsetki}{naliczone} = AI = \$30 * \frac{1}{6}\,roku = \$5$$

$$\binom{Cena}{czysta} = \binom{Cena}{brudna} - \binom{Odsetki}{naliczone}$$

$$\binom{Cena}{czysta} = \$942 - \$5 = \$937$$

$$\binom{Bieżąca}{stopa\ zwrotu} = \frac{CPN}{PRICE}$$

$$\binom{Bieżąca}{stopa\ zwrotu} = \frac{\$60}{\$937} = 0{,}064034152$$

Bieżąca stopa zwrotu obligacji wypłacającej kupon półroczny wynosi 6,4034152%.

E. Obligacja jest notowana według ceny odpowiadającej 97% wartości nominalnej (cena czysta). Wypłaca odsetki w wysokości 7% wartości nominalnej w skali roku. Jaka jest bieżąca rentowność tej obligacji?

$$\binom{Bieżąca}{stopa\ zwrotu} = \frac{CPN}{PRICE}$$

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$\binom{\textit{Bieżąca}}{\textit{stopa zwrotu}} = \frac{0{,}07}{0{,}97} = 0{,}072164948$$

Bieżąca stopa zwrotu tej obligacji wynosi 7,2164948%.

F. Wytłumacz czym jest nominalna stopa zwrotu.

Nominalna stopa zwrotu (ang. *nominal yield*) to oprocentowanie danej obligacji kuponowej względem jej wartości nominalnej. Mówi o tym na jaki kupon można liczyć nabywając daną obligację.

$$\binom{\textit{Nominalna}}{\textit{stopa zwrotu}} = \frac{CPN}{\textit{Nominał}}$$

Jest to mało użyteczna miara stopy zwrotu z inwestycji w obligacje, gdyż nie uwzględnia wartości pieniądza w czasie oraz nie bierze pod uwagę zysków kapitałowych jakie może osiągnąć inwestor zakupując obligację z dyskontem lub strat kapitałowych w przypadku zakupu obligacji z premią.[2]

G. Czym jest stopa zwrotu w okresie do wykupu oraz jakie związane są z nią założenia?

Stopa zwrotu w terminie do wykupu (ang. *Yield To Maturity*) to wewnętrzna stopa zwrotu obligacji. Opisuje ona stopę zwrotu jaką może osiągnąć inwestor, który nabędzie daną obligację, a następnie będzie reinwestował wszystkie generowane przez nią przepływy pieniężne według stopy zwrotu w terminie do wykupu na poziomie której nabył tę obligację do momentu wykupu obligacji przez emitenta po wartości nominalnej. Jest to najczęściej używana miara stopy zwrotu obligacji. Inaczej zwana rentownością obligacji lub stopą dochodowości.

[2] Prezentacje „maklers.pl", Analiza i wycena instrumentów dłużnych, slajd 49

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Aby uzyskać stopę zwrotu z inwestycji w obligację na poziomie jej stopy zwrotu w terminie do wykupu koniecznie spełnione muszą być dwa warunki:

a) Obligacja zostanie zatrzymana do wykupu przez emitenta po wartości nominalnej,
b) Wszystkie otrzymywane płatności odsetkowe będą reinwestowane na okres pozostający do wykupu obligacji według stopy równej stopie zwrotu w terminie do wykupu.

H. Na rynku do nabycia jest obligacja, którą można nabyć po cenie \$950. Wypłaca ona kupon roczny w wysokości \$75. Wartość nominalna tej obligacji wynosi \$1000, a do wykupu pozostało 5 lat. Oblicz stopę zwrotu w terminie do wykupu.

Zgodnie z metodą obliczania ceny obligacji wiadomo, że:

$$\binom{Wartość}{obligacji} = \sum \frac{CF_t}{(1+YTM)^t}$$

$$\binom{Wartość}{obligacji} = \frac{75}{(1+YTM)^1} + \frac{75}{(1+YTM)^2} + \frac{75}{(1+YTM)^3} + \frac{75}{(1+YTM)^4} + \frac{1075}{(1+YTM)^5}$$

Sposób 1:

Do obliczenia stopy zwrotu w terminie do wykupu najlepiej użyć arkusza CF oraz funkcji NPV. Same odsetki zostaną wypłacone cztery razy, natomiast raz zostanie równocześnie wypłacona płatność odsetkowa wraz z nominałem.

Arkusz CF:

CF_0: –950↓

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl. Wszelkie prawa zastrzeżone.

CF_1: 75↓

F01: 4↓

CF_2: 1075↓

F02: 1

[IRR] CPT 8,778068587 %

Wewnętrzna stopa zwrotu obligacji czyli stopa zwrotu w terminie do wykupu wynosi 8,778068587%.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Sposób 2:

SDT		1-01-2015 ↓
CPN		7,5 ↓
RDT		1-01-2020 ↓
RV		100 ↓
ACT		↓
1/Y		↓
YLD		↓
PRI		950 ↑
YLD	CPT	8,778068587

Przy założeniu reinwestycji oraz utrzymania obligacji do wykupu, stopa zwrotu w terminie do wykupu wyniesie 8,778068587%.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

MAKLERS.PL

Instrumenty dłużne
Zadanie 3
„Model dwumianowy"

Mariusz Śliwiński, DI 444, MPW 2597
Adam Szymko, DI 490
Filip Wnęk.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Rozwiązanie zadania 3

Na rynku dostępne są obligacje o poniższych parametrach:

N	YTM	PRI
1	3,2%	100
2	4,2%	100
3	4,8%	100
4	5,5%	100

Jako menedżer funduszu inwestycyjnego, zainteresowany jesteś 4-letnią obligacją wypłacającą płatności kuponowe w wysokości 7% rocznie (1/Y). Nominał każdej z tych obligacji wynosi $100.

A. Za pomocą podanej w poleceniu struktury stóp zwrotu w terminie do wykupu, używając metody samouzgodnienia (ang. bootstrapping) oblicz poniższe stopy spot.

   a. Roczną stopę spot w skali roku,
   b. Dwuletnią stopę spot w skali roku,
   c. Trzyletnią stopę spot w skali roku,
   d. Czteroletnią stopę spot w skali roku.

Metoda samouzgodnienia polega na wykorzystaniu bieżącej ceny obligacji i wynikających z niej przepływów pieniężnych do obliczenia danej stopy spot. Bieżącą cenę obligacji obliczoną za pomocą stóp spot oraz wynikających z niej przepływów pieniężnych można przedstawić poniższą równością:

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$PV = \sum \frac{CF_t}{(1 + spot_t)^t}$$

Gdzie:

- CF_t – przepływ pieniężny w okresie „t" z tytułu posiadania obligacji,
- $Spot_t$ – stopa spot w okresie „t" w skali roku.

a. Obliczanie rocznej stopy spot w skali roku:

Z tabeli podanej w poleceniu wynika, że obligacja roczna sprzedawana jest po cenie równej jej wartości nominalnej. Stąd wiadomo, że stopa oprocentowania tej obligacji będzie równa stopie zwrotu w terminie do wykupu.

$$\text{YTM} = \text{CPN} = 3{,}2\ \%$$

Dlatego wartość pieniężna płatności odsetkowej:

$$\text{CPN} = 0{,}032 * \$100 = \$3{,}2$$

Za pomocą wzoru przedstawionego powyżej możemy zapisać:

$$100 = \frac{100 + 3{,}2}{(1 + spot_1)^1}$$

$$(1 + spot_1) = \frac{100 + 3{,}2}{100}$$

$$(1 + spot_1) = \frac{103{,}2}{100}$$

$$spot_1 = 0{,}032$$

Roczna stopa spot w skali roku wynosi 3,2%.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

b. Obliczanie dwuletniej stopy spot w skali roku:

Z tabeli podanej w poleceniu wynika, że obligacja dwuletnia sprzedawana jest po cenie równej jej wartości nominalnej. Stąd wiadomo, że stopa oprocentowania tej obligacji będzie równa stopie zwrotu w terminie do wykupu.

$$\text{YTM} = \text{CPN} = 4{,}2\ \%$$

Dlatego wartość pieniężna płatności odsetkowej:

$$\text{CPN} = 0{,}042 * \$100 = \$4{,}2$$

Za pomocą wzoru przedstawionego powyżej możemy zapisać:

$$\text{PV} = \frac{CF_1}{(1+spot_1)^1} + \frac{CF_2}{(1+spot_2)^2}$$

$$100 = \frac{4{,}2}{(1+0{,}032)^1} + \frac{100+4{,}2}{(1+spot_2)^2}$$

$$(1+spot_2)^2 = 1{,}086206061 \qquad /\sqrt{\ }$$

$$(1+spot_2) = 1{,}0422121$$

$$spot_2 = 0{,}0422121$$

Dwuletnia stopa spot w skali roku wynosi 4,22121%.

c. Obliczanie trzyletniej stopy spot w skali roku:

Z tabeli podanej w poleceniu wynika, że obligacja dwuletnia sprzedawana jest po cenie równej jej wartości nominalnej. Stąd wiadomo, że stopa oprocentowania tej obligacji będzie równa stopie zwrotu w terminie do wykupu.

$$\text{YTM} = \text{CPN} = 4{,}8\ \%$$

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Dlatego wartość pieniężna płatności odsetkowej:

$$\mathrm{CPN} = 0{,}048 * \$100 = \$4{,}8$$

Za pomocą wzoru przedstawionego powyżej możemy zapisać:

$$\mathrm{PV} = \frac{CF_1}{(1 + spot_1)^1} + \frac{CF_2}{(1 + spot_2)^2} + \frac{CF_3}{(1 + spot_3)^3}$$

$$100 = \frac{4{,}8}{(1 + 0{,}032)^1} + \frac{4{,}8}{(1 + 0{,}0422121)^2} + \frac{104{,}8}{(1 + spot_3)^3}$$

$$(1 + spot_3)^3 = 1{,}152537627 \qquad /\sqrt[3]{\ }$$

$$(1 + spot_3) = 1{,}048459609$$

$$spot_3 = 0{,}048459609$$

Trzyletnia stopa spot w skali roku wynosi 4,8459609%.

d. Obliczanie czteroletniej stopy spot w skali roku:

Z tabeli podanej w poleceniu wynika, że obligacja dwuletnia sprzedawana jest po cenie równej jej wartości nominalnej, stąd wiadomo, że stopa oprocentowania tej obligacji będzie równa stopie zwrotu w terminie do wykupu.

$$\mathrm{YTM} = \mathrm{CPN} = 5{,}5\ \%$$

Stąd wartość pieniężna płatności odsetkowej:

$$\mathrm{CPN} = 0{,}055 * \$100 = \$5{,}5$$

Za pomocą wzoru przedstawionego powyżej możemy zapisać:

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$PV = \frac{CF_1}{(1+spot_1)^1} + \frac{CF_2}{(1+spot_2)^2} + \frac{CF_3}{(1+spot_3)^3} + \frac{CF_4}{(1+spot_4)^4}$$

$$100 = \frac{5{,}5}{(1+0{,}032)^1} + \frac{5{,}5}{(1+0{,}0422121)^2} + \frac{5{,}5}{(1+0{,}048459609)^3} + \frac{100+5{,}5}{(1+spot_4)^4}$$

$$(1+spot_4)^4 = 1{,}243590965 \qquad /\sqrt[4]{\ }$$

$$(1+spot_4) = 1{,}056013304$$

$$spot_4 = 0{,}056013304$$

Czteroletnia stopa spot w skali roku wynosi 5,6013304%.

Podsumowanie obliczonych stóp spot:

- $spot_1 = 3{,}2\%$
- $spot_2 = 4{,}22121\%$
- $spot_3 = 4{,}8459609\%$
- $spot_4 = 5{,}6013304\%$

B. Za pomocą obliczonych stóp spot oblicz cenę 4-letniej obligacji, która wypłaca oprocentowanie w wysokości 7% rocznie (1/Y) od nominału wartego $100.

Do obliczenia wartości obligacji posłużymy się wzorem przedstawionym w podpunkcie A.

$$PV = \frac{CF_1}{(1+spot_1)^1} + \frac{CF_2}{(1+spot_2)^2} + \frac{CF_3}{(1+spot_3)^3} + \frac{CF_4}{(1+spot_4)^4}$$

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$PV = \frac{7}{(1+0{,}032)^1} + \frac{7}{(1+0{,}0422121)^2} + \frac{7}{(1+0{,}048459609)^3} + \frac{100+7}{(1+0{,}056013304)^4}$$

$$PV \approx \$105{,}3421$$

Wartość obligacji 4-letniej wypłacającej kupon 7% rocznie wynosi $105,3421.

C. Wyceń obligację 4-letnią wypłacającą kupon 7% rocznie (1/Y) za pomocą stóp forward.

Aby wycenić obligację za pomocą stóp forward należy przekształcić wzór na wartość bieżącą obligacji podany w podpunkcie A.

$$PV = \sum \frac{CF_t}{(1+spot_t)^t}$$

$$PV = \frac{CF_1}{(1+spot_1)^1} + \frac{CF_2}{(1+spot_1)*[1+F(1{,}2)]} + \frac{CF_3}{(1+spot_1)*[1+F(1{,}2)]*[1+F(2{,}3)]}$$

$$+\frac{CF_4}{(1+spot_1)*[1+F(1{,}2)]*[1+F(2{,}3)]*[1+F(3{,}4)]}$$

Stopy forward należy obliczać za pomocą poniższej równości:

$$F(i,j) = \frac{\left(1+spot_j\right)^j}{(1+spot_i)^i} - 1$$

Gdzie:

- $spot_j$ – stopa spot w skali roku w okresie j,
- $spot_i$ – stopa spot w skali roku w okresie i,
- j>i.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Obliczanie stóp forward:

F(0,1) to stopa obowiązująca w roku pierwszym, dlatego jest ona równa stopie $spot_1$.

$$F(0,1) = 3,2\%$$

F(1,2) to stopa obowiązująca między końcem roku 1 a końcem roku 2.

$$F(1,2) = \frac{(1 + spot_2)^2}{(1 + spot_1)^1} - 1$$

$$F(1,2) = \frac{(1 + 0,0422121)^2}{(1 + 0,032)^1} - 1$$

$$F(1,2) = 1,052525253 - 1$$

$$F(1,2) = 0,052525253$$

Stopa forward F(1,2) wynosi 5,2525253%.

F(2,3) to stopa obowiązująca między końcem roku 2 a końcem roku 3.

$$F(2,3) = \frac{(1 + spot_3)^3}{(1 + spot_2)^2} - 1$$

$$F(2,3) = \frac{(1 + 0,048459609)^3}{(1 + 0,0422121)^2} - 1$$

$$F(2,3) = 1,061067203 - 1$$

$$F(2,3) = 0,061067203$$

Stopa forward F(2,3) wynosi 6,1067203%.

F(3,4) to stopa obowiązująca między końcem roku 3 a końcem roku4.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$F(3,4) = \frac{(1 + spot_4)^4}{(1 + spot_3)^3} - 1$$

$$F(3,4) = \frac{(1 + 0{,}056013304)^4}{(1 + 0{,}048459609)^3} - 1$$

$$F(3,4) = 1{,}079002486 - 1$$

$$F(3,4) = 0{,}079002486$$

Stopa forward F(3,4) wynosi 7,9002486%.

$$\mathrm{PV} = \frac{7}{(1 + 0{,}032)^1} + \frac{7}{(1 + 0{,}032) * [1 + 0{,}052525253]} +$$

$$+ \frac{7}{(1 + 0{,}032) * [1 + 0{,}052525253] * [1 + 0{,}061067203]} +$$

$$+ \frac{107}{(1 + 0{,}032) * [1 + 0{,}052525253] * [1 + 0{,}061067203] * [1 + 0{,}079002486]}$$

$$\mathrm{PV} = \$105{,}3421022$$

Wartość bieżąca obligacji 4-letniej obliczona za pomocą stóp forward jest równa wartości tej obligacji obliczonej za pomocą stóp spot i wynosi $105,3421022.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

D. Wyceń obligację 4-letnią wypłacającą kupon 7% rocznie (1/Y) za pomocą modelu dwumianowego w warunkach braku możliwości arbitrażu. Do stworzenia drzewa dwumianowego stóp procentowych użyj metody przybliżonej oraz załóż, że zmienność stóp procentowych wynosi 10% w skali roku. Prawdopodobieństwo wzrostu/spadku stóp procentowych jest jednakowe.

Aby wycenić obligację za pomocą drzewa dwumianowego w warunkach braku możliwości arbitrażu, należy stworzyć drzewo dwumianowe stóp procentowych, które zostanie użyte do obliczenia wartości bieżącej przyszłych przepływów pieniężnych w danym węźle drzewa dwumianowego obligacji.

Metoda przybliżona polega na użyciu do wyliczenia stóp procentowych w drzewie dwumianowym, stóp forward obliczanych za pomocą poniższej równości:

$$F(i,j) = \frac{\left(1 + spot_j\right)^j}{(1 + spot_i)^i} - 1$$

Stopy forward zostały obliczone w poprzednim podpunkcie. Wykorzystamy je również do obliczenia wartości obligacji modelem dwumianowym.

$$F(0,1) = 3{,}2\%$$

$$F(1,2) = 5{,}2525253\%$$

$$F(2,3) = 6{,}1067203\%$$

$$F(3,4) = 7{,}9002486\%$$

Powyższe stopy w metodzie przybliżonej należy traktować jako stopy „środkowe” w drzewie dwumianowym i na ich podstawie oblicza się stopy procentowe wyższe oraz niższe w danym okresie czasu „t”.

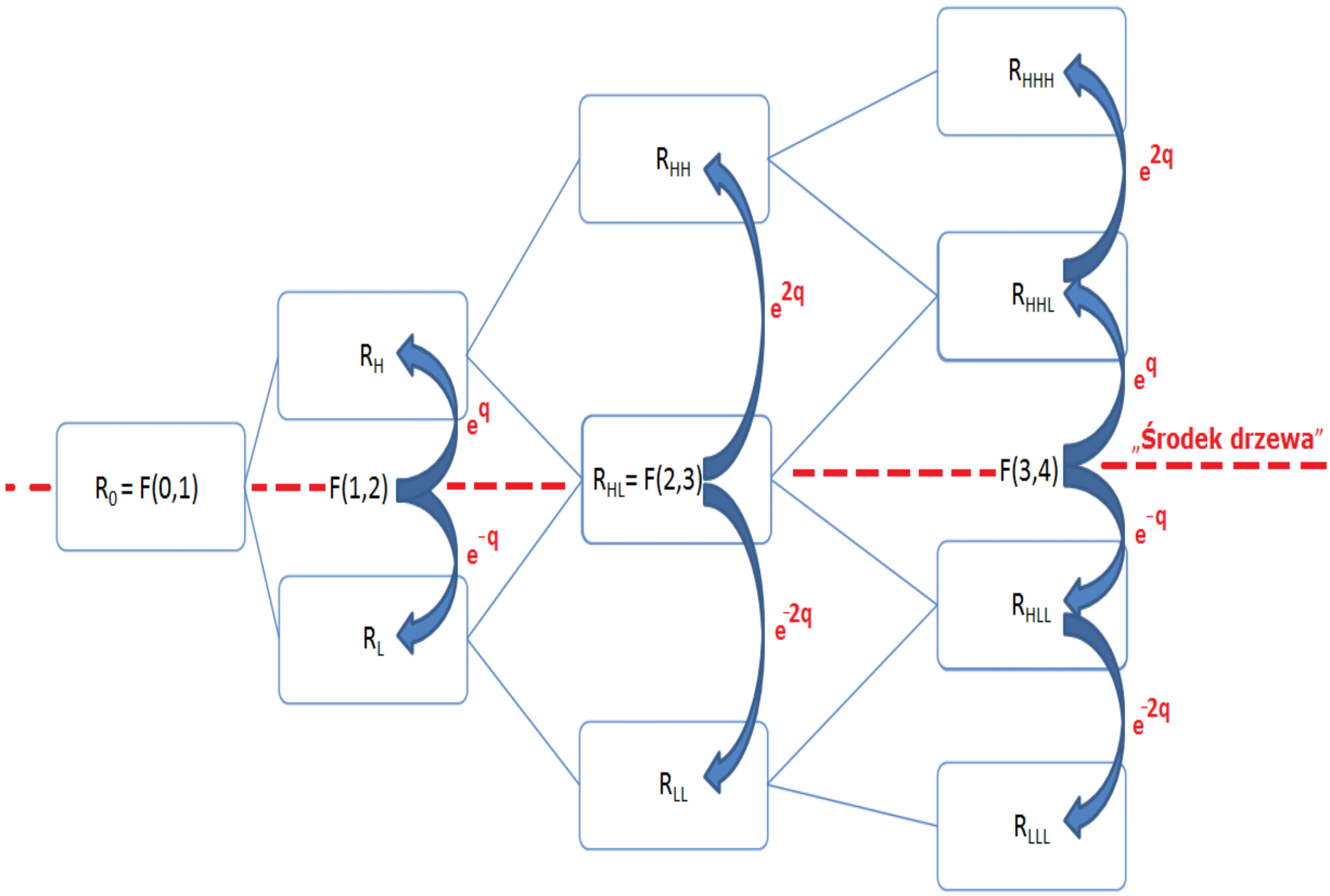
Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Do obliczenia ceny obligacji 4-letniej za pomocą drzewa dwumianowego potrzebne jest 3-letnie drzewo dwumianowe stóp procentowych.

Założenia:

1. W każdym okresie jednoroczna stopa terminowa może przyjąć tylko dwie różne wartości,
2. Prawdopodobieństwo każdej ze stóp procentowych jest równe, czyli prawdopodobieństwo wzrostu stopy procentowej w następnym okresie wynosi 50% oraz prawdopodobieństwo spadku stopy procentowej w następnym okresie wynosi 50%,
3. Zmienność stóp procentowych mierzona jest odchyleniem standardowym stóp procentowych.

Wygląd drzewa dwumianowego stóp procentowych:



Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Obliczanie stóp procentowych w drzewie dwumianowym:

- Stopy procentowe w okresie „1”

$$R_H = \mathrm{F}(1,2) * e^{q}$$

$$R_H = 0,052525253 * e^{0,1} = 0,058049382$$

$$R_H = 5,8049382\%$$

$$R_L = \mathrm{F}(1,2) * e^{-q}$$

$$R_L = 0,052525253 * e^{-0,1} = 0,047526814$$

$$R_L = 4,7526814\%$$

- Stopy procentowe w okresie „2”

$$R_{HL} = \mathrm{F}(2,3) = 6,1067203\%$$

$$R_{HH} = R_{HL} * e^{2q}$$

$$R_{HH} = 0,061067203 * e^{2*0,1} = 0,07458765$$

$$R_{HH} = 7,458765\%$$

$$R_{LL} = R_{HL} * e^{-2*q}$$

$$R_{LL} = 0,061067203 * e^{-2*0,1} = 0,049997597$$

$$R_{LL} = 4,9997597\%$$

- Stopy procentowe w okresie „3”

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl. Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$stopa\ środkowa = \mathrm{F}(3{,}4) = 7{,}9002486\%$$

$$R_{HHL} = \mathrm{F}(3{,}4) * e^{q}$$

$$R_{HHL} = 0{,}079002486 * e^{0{,}1} = 0{,}08731125$$

$$R_{HHL} = 8{,}731125\%$$

$$R_{HHH} = \mathrm{F}(3{,}4) * e^{3*q} = R_{HHL} * e^{2*q}$$

$$R_{HHH} = 0{,}079002486 * e^{3*0{,}1} = 0{,}08731125 * e^{2*0{,}1}$$

$$R_{HHH} = 10{,}6642202\%$$

$$R_{HLL} = \mathrm{F}(3{,}4) * e^{-q}$$

$$R_{HLL} = 0{,}079002486 * e^{-0{,}1} = 0{,}071484405$$

$$R_{HLL} = 7{,}1484405\%$$

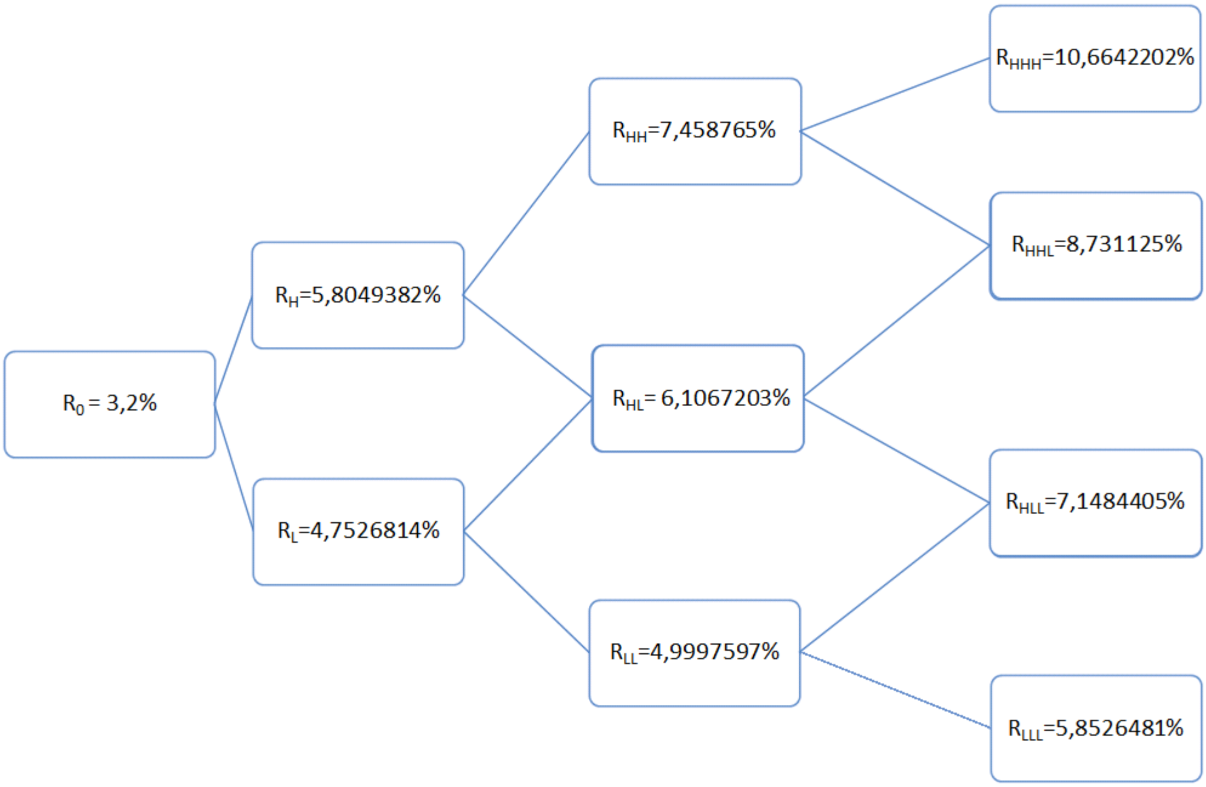
$$R_{LLL} = \mathrm{F}(3{,}4) * e^{-3*q} = R_{HLL} * e^{-2*q}$$

$$R_{LLL} = 0{,}079002486 * e^{-3*0{,}1} = 0{,}071484405 * e^{-2*0{,}1}$$

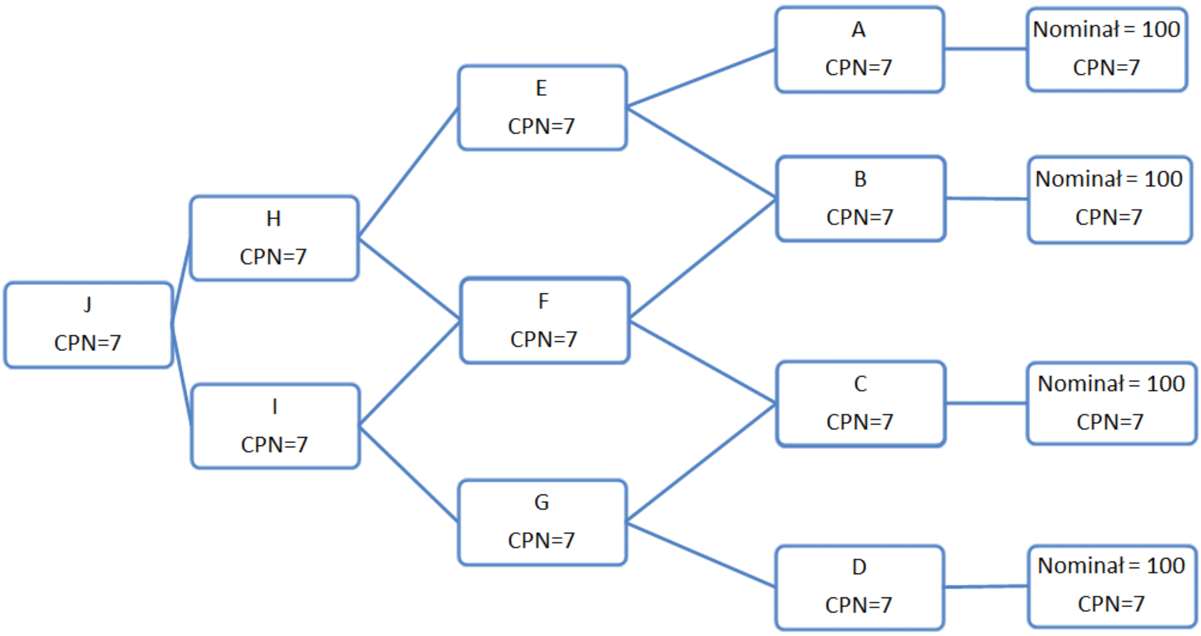
$$R_{LLL} = 5{,}8526481\%$$

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Drzewo dwumianowe stóp procentowych stworzone za pomocą metody przybliżonej:

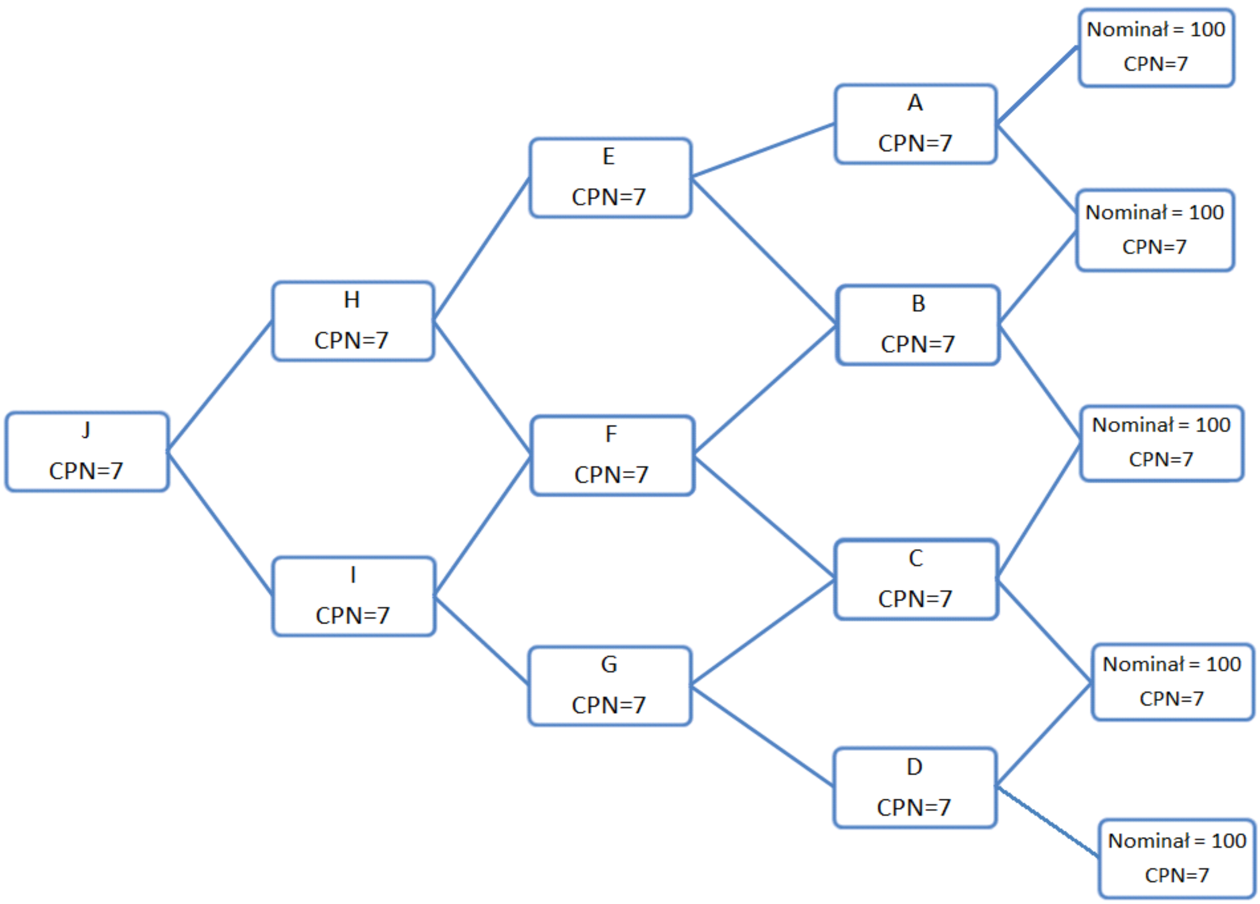


Drzewo obligacji 4-letniej wypłacającej kupon roczny w wysokości 7% wartości nominalnej można przedstawić za pomocą drzewa dwumianowego w poniższy sposób.



Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl. Wszelkie prawa zastrzeżone.

Sposób 2



Dla każdej obligacji drzewo dwumianowe może zostać rozrysowane według powyższych schematów.

<u>Obliczanie wartości obligacji w każdym węźle drzewa dwumianowego.</u>

Aby obliczyć wartość obligacji w danym węźle należy posłużyć się poniższą równością (została ona również omówiona w zbiorku zadań z instrumentów pochodnych).

$$\mathrm{V}i = \frac{g(V_H + CPN) + (1 - g)(V_L + CPN)}{1 + R_i}$$

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Gdzie:

- Vi – wartość obligacji w węźle „i”
- V_H – wartość obligacji z wyższego węzła w następnym okresie
- V_L – wartość obligacji z niższego węzła w następnym okresie
- R_i – wartość stopy procentowej w „i-tym” węźle

Powyższy wzór jest równoznaczny ze wzorem przedstawionym na stronie 399 w książce Franka Fabozziego „Rynki Obligacji. Analiza i strategie”. W książce narzucone zostało sztywne założenie, iż prawdopodobieństwo wzrostu i spadku stopy procentowej w przyszłym okresie jest jednakowe, stąd współczynnik $\frac{1}{2}$ na początku wzoru książkowego.

$$\mathrm{V}i = \frac{1}{2}\left[\frac{(V_H + CPN)}{1 + R_i} + \frac{(V_L + CPN)}{1 + R_i}\right]$$

Obliczanie rozpoczyna się od prawej strony drzewa dwumianowego (od najpóźniejszych w czasie węzłów) w kierunku „korzenia” drzewa.

Węzeł A:

Do obliczenia wartości obligacji w węźle A używa się przepływów pieniężnych jakie obligacja wygeneruje w momencie jej wykupienia, dlatego będą to: płatność odsetkowa oraz wartość nominalna.

$$\mathrm{V}_A = \frac{nominał + CPN}{1 + R_A}$$

$$\mathrm{V}_A = \frac{107}{1{,}106642202} = \$\ 96{,}68888445$$

Wartość obligacji w węźle A wynosi $ 96,68888445.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Węzeł B:

$$V_B = \frac{nominał + CPN}{1 + R_B}$$

$$V_B = \frac{107}{1{,}08731125} = \$\ 98{,}40788459$$

Wartość obligacji w węźle B wynosi $ 98,40788459.

Węzeł C:

$$V_C = \frac{nominał + CPN}{1 + R_C}$$

$$V_C = \frac{107}{1{,}071484405} = \$\ 99{,}86146275$$

Wartość obligacji w węźle C wynosi $ 99,86146275.

Węzeł D:

$$V_D = \frac{nominał + CPN}{1 + R_D}$$

$$V_D = \frac{107}{1{,}058526481} = \$\ 101{,}0839142$$

Przechodzimy do obliczenia wartości w roku drugim. Do obliczenia wartości we wszystkich następnych węzłach należy posłużyć się wzorami przedstawionymi we wprowadzeniu.

Węzeł E:

$$V_E = \frac{g(V_A + CPN) + (1-g)(V_B + CPN)}{1 + R_E}$$

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

$$V_E = \frac{0{,}5 * (96{,}68888445 + 7) + 0{,}5 * (98{,}40788459 + 7)}{1{,}07458765}$$

$$V_E = \frac{104{,}5483845}{1{,}07458765} = \$\ 97{,}29163044$$

Wartość obligacji w węźle E wynosi $ 97,29163044.

Węzeł F:

$$V_F = \frac{g(V_B + CPN) + (1 - g)(V_C + CPN)}{1 +\ R_F}$$

$$V_F = \frac{0{,}5 * (98{,}40788459 + 7) + 0{,}5 * (99{,}86146275 + 7)}{1{,}061067203}$$

$$V_F = \frac{106{,}1346737}{1{,}061067203} = \$\ 100{,}0263446$$

Wartość obligacji w węźle F wynosi $ 100,0263446.

Węzeł G:

$$V_G = \frac{g(V_C + CPN) + (1 - g)(V_D + CPN)}{1 +\ R_G}$$

$$V_G = \frac{0{,}5 * (99{,}86146275 + 7) + 0{,}5 * (101{,}0839142 + 7)}{1{,}049997597}$$

$$V_G = \frac{107{,}4726885}{1{,}049997597} = \$\ 102{,}3551757$$

Wartość obligacji w węźle G wynosi $102,3551757.

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Węzeł H:

$$V_H = \frac{g * (V_E + CPN) + (1 - g)(V_F + CPN)}{1 + \ R_H}$$

$$V_H = \frac{0{,}5 * (97{,}29163044 + 7) + 0{,}5 * (100{,}0263446 + 7)}{1{,}058049382}$$

$$V_H = \frac{105{,}6589875}{1{,}058049382} = \$\ 99{,}86205683$$

Wartość obligacji w węźle H wynosi \$ 99,86205683.

Węzeł I:

$$V_i = \frac{g(V_F + CPN) + (1 - g)(V_G + CPN)}{1 + \ R_i}$$

$$V_i = \frac{0{,}5 * (100{,}0263446 + 7) + 0{,}5 * (102{,}3551757 + 7)}{1{,}047526814}$$

$$V_i = \frac{108{,}1907601}{1{,}047526814} = \$\ 103{,}2820914$$

Wartość obligacji w węźle I wynosi \$ 103,2820914.

Węzeł J:

$$\mathrm{V}_J = \frac{g(V_H + CPN) + (1 - g)(V_I + CPN)}{1 + \ R_J}$$

$$\mathrm{V}_J = \frac{0{,}5 * (99{,}86205683 + 7) + 0{,}5 * (103{,}2820914 + 7)}{1{,}032}$$

$$\mathrm{V}_J = \frac{108{,}5720741}{1{,}032} = \$\ 105{,}2054982$$

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.

Wartość 4-letniej obligacji wypłacającej kupon w wysokości 7% nominału raz w roku wynosi $105,2054982. Wynik jest bliski wynikowi obliczonemu za pomocą stóp spot. Niedokładność wynika z owego „przybliżenia" stóp procentowych za pomocą stóp forward. Jeżeli na egzaminie nie jest się w stanie stworzyć drzewa dwumianowego stóp procentowych metodą iteracyjną (patrz następny podpunkt) lub pozostało niewiele czasu, należy obliczyć wartość obligacji metodą przybliżoną!

Opracowania są własnością firmy Maklers.pl prowadzącej serwis internetowy www.maklers.pl.
Wszelkie prawa zastrzeżone.